

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ - 1 martie 2008

Profil real, specializarea științele naturii

BAREM DE CORECTARE - CLASA A IX A

1.

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  se calculează cu regula paralelogramului ..... 2p

$\varphi = 0^\circ \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 4$  ..... 1p

$\varphi = 60^\circ \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2\sqrt{3}$  ..... 1p

$\varphi = 90^\circ \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2\sqrt{2}$  ..... 1p

$\varphi = 120^\circ \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 2$  ..... 1p

$\varphi = 180^\circ \Rightarrow |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 0$  ..... 1p

2.

Fie, prin absurd, o progresie aritmetică  $(a_n)$  în care  $a_k = \sqrt{2}, a_m = \sqrt{3}, a_p = \sqrt{5}$ ; atunci

$a_1 + (k-1)r = \sqrt{2}, a_1 + (m-1)r = \sqrt{3}, a_1 + (p-1)r = \sqrt{5}$  și astfel

$(m-k)r = \sqrt{3} - \sqrt{2}, (p-m)r = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  ..... 3p

Avem că  $r \neq 0$ , prin urmare  $\frac{m-k}{p-m} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$  și am ajuns la o contradicție (un număr rațional este egal cu unul irațional) ..... 4p

Notă: Dacă se arată că  $\sqrt{2}, \sqrt{3}$  și  $\sqrt{5}$  nu pot fi termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, se vor acorda 3 puncte.

3.

a)  $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$  ..... 3p

b) Explicitând modulul, obținem că  $x^2 - x + 1 = x$ , de unde  $x = 1$  ..... 2p

c) Cum  $[x^2 - x + 1] \in \mathbb{Z}$ , atunci  $x \in \mathbb{Z}$ , prin urmare  $x^2 - x + 1 \in \mathbb{Z}$ , adică

$[x^2 - x + 1] = x^2 - x + 1$ . În final, găsim  $x = 1$  ..... 2 p

4. Fie  $u, v$  vitezele curierilor, iar  $t$  timpul scurs până la întâlnirea lor; exprimând în trei moduri

distanța AB, obținem că  $(t+16) \cdot u = (t+9) \cdot v = t \cdot (u+v)$  ..... 4p

Rezolvând sistemul obținut, găsim  $t = 12$  ore, deci primul curier are nevoie de 28 ore, iar al doilea de 21 de ore ..... 3p